

**СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ СУБПОЛОСНОГО АНАЛИЗА/СИНТЕЗА****Е. Г. ЖИЛЯКОВ  
Н. К. ВЕСЕЛЫХ***Белгородский  
государственный  
национальный  
исследовательский  
университет**e-mail:  
nkveselykh@gmail.com*

Анализ распределений энергии изображений показывает, что подавляющая ее доля сосредоточена в небольшой части двумерной частотной области с границами в точках  $[-\pi; \pi]$ . Следовательно, эту небольшую часть частотной области можно считать информационной. Поэтому, адекватным подходом к сжатию изображений может служить сохранение информации о компонентах изображения из этой частотной подобласти. Такой подход естественно называть субполосным анализом/синтезом изображения.

Исходя из этого, в работе используется метод субинтервального преобразования [1,2], основанный на выделении компонент изображения, характеризующихся проявлением повышенной концентрации спектральной энергии в отдельных частотных интервалах.

Ключевые слова: изображение, субполосный анализ, субполосный синтез, доли энергии, подобласти пространственных частот, информационный частотный интервал, свойства субполосных матриц

**Введение**

В настоящее время, многие отрасли техники, имеющие отношение к получению, обработке, хранению и передаче информации, в значительной степени ориентируются на развитие систем, в которых информация представлена в виде изображений, представляющих собой один из наиболее распространенных типов данных.

Изображения занимают больше места в памяти, чем текст. Например, иллюстрация размером 500x800 пикселей занимает порядка 1.2 Мб — столько же, сколько художественная книга из 400 страниц (60 знаков в строке, 42 строки на странице). Возникает проблема сокращения объемов битовых представлений графических файлов (сжатия данных).

Кодирование информации — процесс преобразования сигнала из формы, удобной для непосредственного использования информации, в форму, удобную для обработки, хранения или передачи этой информации [1]. При сжатии, битовому представлению исходного изображения ставится в соответствие другой объем данных, для кодирования которых требуется меньшее количество бит.

**Вычисление точных значений энергии изображения в заданных частотных интервалах (субинтервалах)**

Вычисление энергетического спектра изображения позволяет получить представление о распределении его энергии по так называемым частотным интервалам. Известно, что алгоритмы, использующие преобразование Фурье и БПФ, не позволяют вычислять точные значения энергетических характеристик в заданных частотных интервалах [2]. Умение точно определять долю энергии сигнала в отдельном частотном диапазоне обеспечивает возможность более качественного выбора параметров различных преобразований визуальной информации.

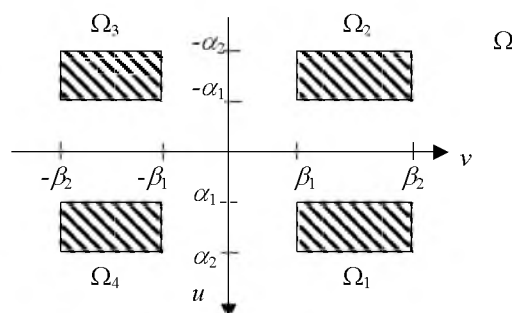


Рис. 1. Двумерная частотная область  $\Omega$  (субинтервал)



Рассмотрим некоторую симметричную двумерную частотную область  $\Omega$ , которую будем называть субинтервалом (рис. 1).

$$\begin{aligned} \Omega: \{ \Omega(u, v) | (u \in [\alpha_1, \alpha_2], v \in [\beta_1, \beta_2]) \cup \\ \cup (u \in [\alpha_1, \alpha_2], v \in [-\beta_2, -\beta_1]) \cup \\ \cup (u \in [-\alpha_2, -\alpha_1], v \in [-\beta_2, -\beta_1]) \cup \\ \cup (u \in [-\alpha_2, -\alpha_1], v \in [\beta_1, \beta_2]) \}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \leq \pi$

Можно показать, используя равенство Парсеваля, что точное значение доли энергии двумерного сигнала  $f(x, y)$  в двумерной частотной области  $\Omega$  (1) при известном Фурье-образе  $F(u, v)$  определяется выражением:

$$P_{\Omega} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{(u,v) \in \Omega} |F(u, v)|^2 du dv. \quad (2)$$

Рассмотрим далее дискретный конечный двумерный сигнал (изображение) в виде матрицы  $\Phi = (f_{ik}), i = 1, 2, \dots, M, k = 1, 2, \dots, N$ , элементы которой представляют собой значения яркости в равноотстоящих точках пространственной области.

Выражение для определения доли энергии дискретного сигнала  $\Phi = (f_{ik})$  в частотной области  $\Omega$  может быть преобразовано следующим образом [1,3]:

$$P_{\Omega} = \sum_{i_1=1}^M \sum_{k_1=1}^N \sum_{i_2=1}^M \sum_{k_2=1}^N a_{i_1 i_2} f_{i_1 k_1} b_{k_1 k_2} f_{i_2 k_2} \quad (3)$$

где матрицы  $A = (a_{i_1 i_2})$  и  $B = (b_{k_1 k_2})$ , размерности  $M \times M$  и  $N \times N$ , вычисляются в соответствии с выражениями (4), (5):

$$a_{i_1 i_2} = \begin{cases} \frac{\sin(\alpha_2(i_1 - i_2)) - \sin(\alpha_1(i_1 - i_2))}{\pi(i_1 - i_2)}, & i_1 \neq i_2, \\ \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\pi}, & i_1 = i_2, \end{cases} \quad (4)$$

$$b_{k_1 k_2} = \begin{cases} \frac{\sin(\beta_2(k_1 - k_2)) - \sin(\beta_1(k_1 - k_2))}{\pi(k_1 - k_2)}, & k_1 \neq k_2, \\ \frac{\beta_2 - \beta_1}{\pi}, & k_1 = k_2. \end{cases} \quad (5)$$

Сгруппируем слагаемые следующим образом:

$$P_{\Omega} = \sum_{i_1=1}^M \left( \sum_{k_1=1}^N \left( \sum_{i_2=1}^M a_{i_1 i_2} f_{i_1 k_1} \right) \left( \sum_{k_2=1}^N b_{k_1 k_2} f_{i_2 k_2} \right) \right) \quad (6)$$

Данное выражение позволяет записать формулу вычисления значения энергии  $P_{\Omega}$  дискретного двумерного сигнала  $\Phi$  в частотной двумерной области  $\Omega$ , используя матричные обозначения, в следующем виде:

$$P_{\Omega} = \text{trac}(A^T \cdot \Phi \cdot B) \quad (7)$$

где  $\Phi$  – исходное изображение,  $A$  и  $B$  – субполосные матрицы.

Соотношение (7) определяет метод субинтервальной обработки изображений на основе частотных представлений и позволяет для нахождения значения энергии двумерного сигнала в любой частотной двумерной области  $\Omega$  построить вычислительную процедуру, не вычисляя при этом трансформанту Фурье [1,2,4].

#### Определение информационных частотных интервалов

Частотное пространство предлагается неравномерно разбить на субинтервалы в соответствии с выражениями (8), (9):

$$(2R_a + 1)\Omega_{\Omega_a} = \pi \quad (8)$$

$$(2R_b + 1)\Omega_{\Omega_b} = \pi \quad (9)$$



где  $R_a$  и  $R_b$  – количество частотных интервалов по оси абсцисс и ординат частотного пространства соответственно;

$\Omega_{0a}, \Omega_{0b}$  – нулевые частотные интервалы на оси абсцисс и ординат частотного пространства соответственно:

$$\Omega_{0a} = \frac{2\pi}{M}; \quad \Omega_{0b} = \frac{2\pi}{N}; \quad (10)$$

Тогда, на основании выражений (8)-(10), получаем:

$$M = 2(2R_a + 1); \quad (11)$$

$$N = 2(2R_b + 1); \quad (12)$$

Таким образом, для изображения размерностью  $(M \times N)$  количество частотных интервалов  $R_a$  и  $R_b$  вдоль осей абсцисс и ординат частотного пространства соответственно, определяется следующими выражениями:

$$R_a = \frac{M-2}{4} \quad \text{и} \quad R_b = \frac{N-2}{4} \quad (13)$$

Ширина остальных частотных интервалов, не считая нулевого, является вдвое большей и равна:

$$\Omega_a = \frac{4\pi}{M}; \quad \Omega_b = \frac{4\pi}{N}; \quad (14)$$

На рис. 2 показано неравномерное разбиение частотного пространства изображения на субинтервалы:

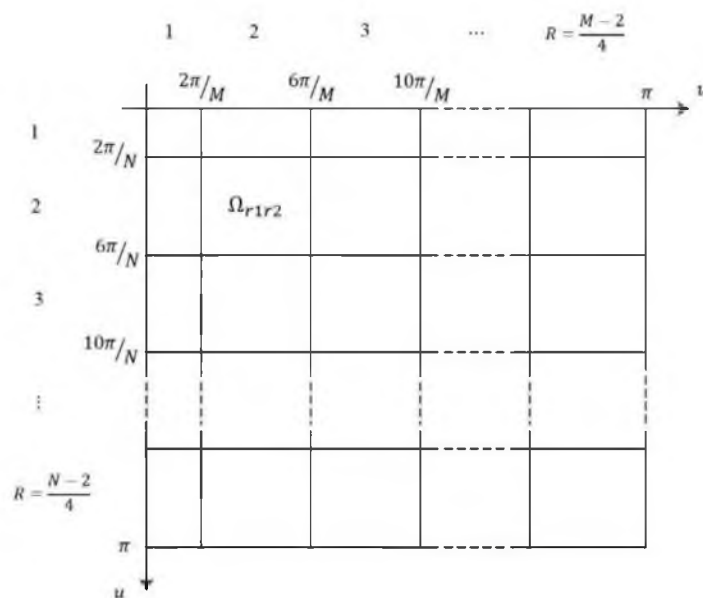


Рис. 2. Неравномерное разбиение области определения трансформанты Фурье на субинтервалы

При таком разбиении частотного пространства, элементы всех субполосных матриц можно вычислять из выражений (15), (16):

$$A_{r_1} = \{a_{ik}^{r_1}\} = \{2 \cdot a_{ik}^0 \cdot \cos(\omega_r(i-k))\}; \quad (15)$$

$$r_1 = 1, \dots, R_a; \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad k = 1, 2, \dots, N;$$

$$B_{r_2} = \{b_{ik}^{r_2}\} = \{2 \cdot b_{ik}^0 \cdot \cos(\omega_r(i-k))\}; \quad (16)$$

$$r_2 = 1, \dots, R_b; \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad k = 1, 2, \dots, N;$$

где  $A_0 = \{a_{ik}^0\}$  и  $B_0 = \{b_{ik}^0\}$  – нулевые матрицы, значения элементов которых можно вычислить из формул (4), (5).

Для того, чтобы определить, какие частотные интервалы, предположительно, являются информационными, необходимо ввести порог  $h$ , который представляет собой среднее значение энергии изображения на один частотный интервал:

$$h = \frac{\|F\|^2}{\pi^2} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot (\beta_2 - \beta_1) \quad (17)$$

Частотный интервал, значение энергии которого превышает установленный порог, в рамках данного исследования считается информационным.

### Выделение компонент изображений из информационных частотных интервалов

Для того, чтобы восстановить изображение по сумме компонент информационных частотных интервалов, используется метод оптимальной линейной фильтрации изображений, разработанный и теоретически обоснованный в работе [1]. Он является оптимальным в том смысле, что спектр получаемого в результате фильтрации изображения имеет наименьшее среднеквадратическое отклонение от спектра фильтруемого изображения в заданном двумерном частотном интервале, а вне этого интервала имеет наименьшее отклонение от нуля.

Метод оптимальной фильтрации изображений на основе частотных представлений позволяет для нахождения результатов  $Y_\Omega$  фильтрации изображения  $\Phi = (f_{ik}), i = 1, 2, \dots, M, k = 1, 2, \dots, N$ , в частотной двумерной области  $\Omega$  построить вычислительную процедуру, не вычисляя при этом трансформанту Фурье. Для фильтрации изображений предложено использовать следующий вариационный принцип: трансформанта Фурье  $Z(u, v)$  результата фильтрации  $Y_\Omega$ , является оптимальной в смысле евклидовой нормы ее отклонения в заданном частотном интервале  $\Omega$  от трансформанты Фурье  $F(u, v)$  исходного изображения  $\Phi$  и от нуля – вне данного интервала:

$$\iint_{(u,v) \in \Omega} |F(u, v) - Z(u, v)|^2 du dv + \iint_{(u,v) \notin \Omega} |Z(u, v)|^2 du dv \Rightarrow \min \quad (18)$$

Указанному вариационному принципу соответствует следующее изображение  $Y_\Omega$ , которое в матричной форме имеет вид:

$$Y_\Omega = A \cdot \Phi \cdot B \quad (19)$$

где  $A = (a_{i_1, i_2}), i_1, i_2 = 1, 2, \dots, M$ , и  $B = (b_{k_1, k_2}), k_1, k_2 = 1, 2, \dots, N$ , – субполосные матрицы размерности  $M \times M$  и  $N \times N$ ;  $\Phi$  – исходное изображение.

Таким образом, для того, чтобы выделить набор компонент изображения  $F_{r_1 r_2}$ , которые относятся к некоторому частотному интервалу  $\Omega_{r_1 r_2}, r_1 = 1, 2, \dots, R_a; r_2 = 1, 2, \dots, R_b$ , необходимо вычислить:

$$F_{r_1 r_2} = A_{r_1} \cdot \Phi \cdot B_{r_2} \quad (20)$$

Тогда, сумма компонент, принадлежащих информационным частотным интервалам, будет выглядеть, как:

$$\hat{F} = \sum_{r_1 \in \hat{R}_1} \sum_{r_2 \in \hat{R}_2} F_{r_1 r_2} \quad (21)$$

где  $\hat{R}_1$  и  $\hat{R}_2$  есть множества, определяющие информационные частотные интервалы.



Рис. 3. Исходное изображение размерностью 130х130 пикселей

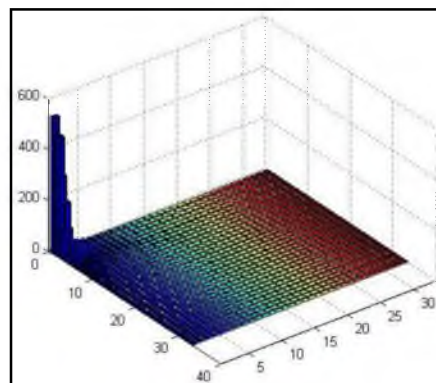


Рис. 4. Расчет долей энергии (визуализация значений)

На рис. 3-6 представлены: исходное изображение; диаграмма распределения значений его энергии; диаграмма с обозначенными информационными интервалами (выде-

лены черным цветом); результат выделения компонент, принадлежащих информационным частотным интервалам.



Рис. 5. Результат восстановления

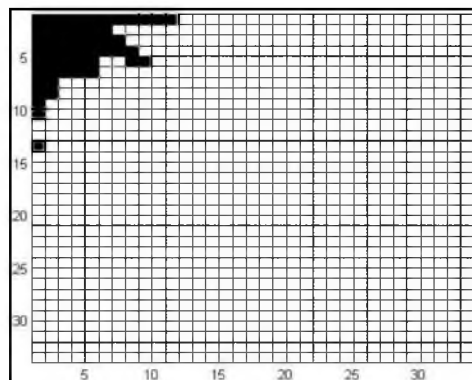


Рис. 6. Информационные частотные интервалы (выделены черным цветом)

На рисунке 6:

- Рассчитанное количество частотных интервалов  $R_a=32$ ;  $R_b=32$ ;
- Общее количество частотных интервалов – 1024;
- Количество информационных частотных интервалов – 51;
- В них сосредоточено 0.9446 энергии изображения

При этом, вызывает интерес выделение компонент изображений, принадлежащих частотным интервалам, не отнесенным к информационным. На рис. 7-8 представлены: исходное изображение; результат выделения компонент, принадлежащих частотным интервалам, не отнесенным к информационным (выделены белым цветом на рис. 6).



Рис. 7. Исходное изображение размерностью 130x130 пикселей

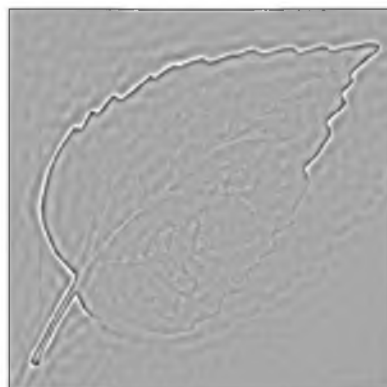


Рис. 8. Результат восстановления

Как видно из рисунка (контур объекта, контур его тени, мелкие детали, прожилки), совокупность отброшенных субинтервалов в наибольшей степени отвечает за резкость восстанавливаемого изображения.

### Сжатие/восстановление изображений

Поскольку, матрицы  $A_{r_1}$  и  $B_{r_2}$  являются симметрическими, то данные матрицы можно представить, используя их собственные числа и собственные векторы, в следующем виде:

$$\begin{aligned} A_{r_1} &= Q_A^{r_1} L_A^{r_1} Q_A^{r_1 T}, \\ B_{r_2} &= Q_B^{r_2} L_B^{r_2} Q_B^{r_2 T}, \end{aligned} \quad (22)$$

где столбцы матриц  $Q_A^{r_1}$  и  $Q_B^{r_2}$  составлены из значений собственных векторов матриц  $A_{r_1}$  и  $B_{r_2}$  соответственно:





$$\begin{aligned} Q_A^{r_1} &= (\vec{q}_1^{r_1}, \vec{q}_2^{r_1}, \dots, \vec{q}_M^{r_1}), \\ Q_B^{r_2} &= (\vec{q}_1^{r_2}, \vec{q}_2^{r_2}, \dots, \vec{q}_N^{r_2}), \end{aligned} \quad (23)$$

матрицы  $L_A$  и  $L_B$  – квадратные матрицы, на главной диагонали которых расположены значения их собственных чисел

$$\begin{aligned} L_A^{r_1} &= \text{diag}(\vec{\lambda}_1^{r_1}, \vec{\lambda}_2^{r_1}, \dots, \vec{\lambda}_M^{r_1}), \\ L_B^{r_2} &= \text{diag}(\vec{\lambda}_1^{r_2}, \vec{\lambda}_2^{r_2}, \dots, \vec{\lambda}_N^{r_2}) \end{aligned} \quad (24)$$

Будем в дальнейшем считать, что значения собственных чисел упорядочены по убыванию, т.е.:

$$\begin{aligned} \vec{\lambda}_1^{r_1} &\geq \vec{\lambda}_2^{r_1} \geq \dots \geq \vec{\lambda}_M^{r_1}, \\ \vec{\lambda}_1^{r_2} &\geq \vec{\lambda}_2^{r_2} \geq \dots \geq \vec{\lambda}_N^{r_2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Подставив полученные выражения (26) в выражение (24), получим следующее выражение для определения результата оптимальной фильтрации:

$$F_{r_1, r_2} = Q_A^{r_1} L_A^{r_1} Q_A^{r_1 T} \Phi Q_B^{r_2} L_B^{r_2} Q_B^{r_2 T}. \quad (26)$$

Выражение

$$C_{r_1, r_2} = L_1^{r_1} Q_1^{r_1 T} \Phi Q_2^{r_2} L_2^{r_2} \quad (27)$$

естественно назвать субинтервальным преобразованием [1] изображения в некотором частотном интервале  $\Omega_{r_1, r_2}$ . Именно субинтервальное преобразование  $C_{r_1, r_2}$  является основой для построения алгоритма сжатия изображений.

Количество элементов в матрице субинтервального преобразования, определяемого выражением (31), совпадает с количеством элементов изображения. Ниже представлен подход для уменьшения количества элементов в матрице субинтервального преобразования.

Для восстановления результата субинтервального преобразования изображения, соответствующего выбранному частотному интервалу  $\Omega_{r_1, r_2}$ , следует выполнить следующую операцию:

$$F_{r_1, r_2} = Q_A^{r_1} C_{r_1, r_2} Q_B^{r_2 T} \quad (28)$$

Рассмотрим следующие величины  $J_{r_1}$  и  $J_{r_2}$ , позволяющие выделить ненулевые собственные числа субполосных матриц:

$$J_{r_1} = 2 \left\lceil \frac{M}{2R_a} \right\rceil + 2 \text{ и } J_{r_2} = 2 \left\lceil \frac{N}{2R_b} \right\rceil + 2, \quad (29)$$

где операция [выражение] означает операцию взятия целой части «выражения».

Величины  $J_{r_1}$  и  $J_{r_2}$  определяют количество ненулевых собственных чисел матриц  $A_{r_1}$  и  $B_{r_2}$  соответственно [1,4]. Таким образом, с достаточной степенью обоснованности, для матриц  $A_{r_1}$  и  $B_{r_2}$  можно использовать следующую аппроксимацию при условии разбиения (в данном случае неравномерного) области определения трансформанты Фурье на  $R_a$  и  $R_b$  частотных интервалов вдоль координатных осей:

$$A_{r_1} \approx A_{1r_1} = Q_{J_{r_1}}^A \cdot L_{J_{r_1}}^A \cdot Q_{J_{r_1}}^{A T} \quad (30)$$

$$B_{r_2} \approx B_{1r_2} = Q_{J_{r_2}}^B \cdot L_{J_{r_2}}^B \cdot Q_{J_{r_2}}^{B T} \quad (31)$$

где

$$Q_{J_{r_1}}^A = (\vec{q}_1^A, \vec{q}_2^A, \dots, \vec{q}_{J_{r_1}}^A) \quad (32)$$

$$Q_{J_{r_2}}^B = (\vec{q}_1^B, \vec{q}_2^B, \dots, \vec{q}_{J_{r_2}}^B) \quad (33)$$

$$L_{J_{r_1}}^A = (\vec{\lambda}_1^A, \vec{\lambda}_2^A, \dots, \vec{\lambda}_{J_{r_1}}^A) \quad (34)$$

$$L_{J_{r_2}}^B = (\vec{\lambda}_1^B, \vec{\lambda}_2^B, \dots, \vec{\lambda}_{J_{r_2}}^B) \quad (35)$$

Учитывая приближенное представление субполосных матриц, для нахождения



матриц субинтервального преобразования изображения  $\Phi$  в некотором частотном интервале  $\Omega_{r_1 r_2}$ ,  $r_1 = 1, 2, \dots, R_a$ ;  $r_2 = 1, 2, \dots, R_b$ , можно использовать следующее выражение:

$$\tilde{C}_{r_1 r_2} = L_{J_{r_1}}^A \cdot Q_{J_{r_1}}^{A^T} \cdot \Phi \cdot Q_{J_{r_2}}^B \cdot L_{J_{r_2}}^B \quad (36)$$

Для восстановления результата субинтервального преобразования изображения, соответствующего выбранному частотному интервалу  $\Omega_{r_1 r_2}$ , следует выполнить следующую операцию:

$$F_{r_1 r_2} = Q_{J_{r_1}}^A \cdot \tilde{C}_{r_1 r_2} \cdot Q_{J_{r_2}}^{B^T} \quad (37)$$

Поскольку частотная область была разбита на  $R_a \times R_b$  частотных интервалов, то приведенные выше операции следует выполнить для каждого интервала  $\Omega_{r_1 r_2}$ ,  $r_1 = 1, 2, \dots, R_a$ ;  $r_2 = 1, 2, \dots, R_b$ .

Восстановление исходного изображения после субинтервальных преобразований осуществляется на основании значений субинтервальных матриц каждого частотного интервала, на которые была разбита частотная область, следующим образом:

$$\tilde{F} = \sum_{r_1=1}^{R_a} \sum_{r_2=1}^{R_b} F_{r_1 r_2} = \sum_{r_1=1}^{R_a} \sum_{r_2=1}^{R_b} Q_{J_{r_1}}^{A_{r_1}} \cdot \tilde{C}_{r_1 r_2} \cdot Q_{J_{r_2}}^{B_{r_2}^T} \quad (38)$$

Количество элементов  $N_{\tilde{C}_{r_1 r_2}}$  каждой из матриц  $\tilde{C}_{r_1 r_2}$  субинтервального преобразования, определяемого выражением (40), равняется следующей величине:

$$N_{\tilde{C}_{r_1 r_2}} = J_{r_1} \cdot J_{r_2}, \quad r_1 = 1, 2, \dots, R_a; \quad r_2 = 1, 2, \dots, R_b \quad (39)$$

Поскольку вся частотная область разбита на  $N_{RR}$  частотных интервалов:

$$N_{RR} = R_a \cdot R_b, \quad (40)$$

то количество элементов всех матриц  $\{\tilde{C}_{r_1 r_2}\}$ , определяется величиной  $N_W$ :

$$N_W = N_{\tilde{C}_{r_1 r_2}} \cdot N_{RR} = J_{r_1} \cdot J_{r_2} \cdot R_a \cdot R_b \quad (41)$$

то есть суммарное количество элементов на первом этапе субполосного преобразования изображения для всех частотных интервалов превышает количество элементов (точек) изображения.

Для уменьшения количества бит, необходимого для хранения множества  $\{\tilde{C}_{r_1 r_2}\}$ , предлагается для восстановления использовать только те субинтервальные преобразования, которые соответствуют **информационным частотным интервалам**. Таким образом, количество матриц  $\{\tilde{C}_{r_1 r_2}\}$  значительно уменьшится, что снизит затраты ресурсов на их хранение и передачу.

Следовательно, процесс восстановления исходного изображения описывается выражением:

$$\tilde{F} = \sum_{r_1 \in \tilde{R}_a} \sum_{r_2 \in \tilde{R}_b} Q_{J_{r_1}}^{A_{r_1}} \cdot \tilde{C}_{r_1 r_2} \cdot Q_{J_{r_2}}^{B_{r_2}^T} \quad (42)$$

где  $\tilde{R}_a$  и  $\tilde{R}_b$  есть множества, определяющие информационные частотные интервалы.

Экспериментальные исследования были направлены на сравнение показателей качества восстановленных изображений, которые были получены с использованием метода субполосного анализа/синтеза, а также методов JPEG и JPEG2000. Это необходимо, прежде всего, для получения объективного представления о потенциальной перспективности исследуемого субполосного подхода к сжатию изображений и о его позициях среди конкурирующих решений.

Используемые показатели качества для восстановленного и исходного изображений:

1. Среднеквадратическое отклонение  $\delta$  с добавлением коэффициента  $a$

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N (\tilde{F}_{ik} - a \cdot F_{ik})^2}{\sum_i \sum_k F_{ik}^2}} \quad (43)$$

где  $F_{ik}$  – исходное изображение размерностью  $(M \times N)$ ;  $\tilde{F}_{ik}$  – восстановленное изображение после сжатия;  $a$  – коэффициент, который вычисляется:

$$a = \frac{\sum_i \sum_k \tilde{F}_{ik} F_{ik}}{\sum_i \sum_k F_{ik}^2} \quad (44)$$

2. Показатель резкости:

$$RQ = \left( \sum_{n=2}^N \sum_{m=2}^M \left( (f_{n,m} - f_{n-1,m})^2 + (f_{n,m} - f_{n,m-1})^2 \right) \right)^{1/2} / (f_{max} - f_{min}) / NM \quad (45)$$

3. Оценка контраста:

$$QI = \frac{1}{2} \left( \frac{\sum_{i=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2-1} \left| \frac{f_{i,k} - f_{i,k+1}}{f_{i,k} + f_{i,k+1}} \right|}{N_1(N_2 - 1)} + \frac{\sum_{i=1}^{N_1-1} \sum_{j=1}^{N_2} \left| \frac{f_{i,k} - f_{i+1,k}}{f_{i,k} + f_{i+1,k}} \right|}{N_2(N_1 - 1)} \right) \quad (46)$$

4. Пиковое отношение сигнала к шуму восстановленного изображения  $\tilde{\Phi}$  относительно исходного изображения  $\Phi$  определяются на основании выражения:

$$PSNR(\Phi, \tilde{\Phi}) = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} (\Phi_{ij} - \tilde{\Phi}_{ij})^2} \quad (47)$$

На рис. 9-12 представлены исходное изображение и результаты его восстановления после сжатия алгоритмами JPEG, JPEG2000 в сравнении с результатом субполосного анализа/синтеза.



Рис. 9. Исходное изображение размерностью 256x256 пикселей



Рис. 10. Результат восстановления после субполосного анализа/синтеза (KC=10)



Рис. 11. Результат восстановления после сжатия



Рис. 12. Результат восстановления после сжатия





алгоритмом JPEG (КС=10)

алгоритмом JPEG2000 (КС=10)

Таблица 1

**Уточняющие данные о результатах субполосного анализа/синтеза**

Количество частотных интервалов	4096
Количество информационных частотных интервалов	183
Доля энергии, заключенная в информационных частотных интервалах	93,74%
Коэффициент сжатия	10

Таблица 2

**Характеристики качества восстановленных изображений**

Характеристика \ Алгоритм	JPEG	Субполосный анализ/синтез	JPEG2000
Коэффициент сжатия	10		
СКО	0.1343	0.0688	0.0691
Коэффициент резкости исходного изображения	22.4836		
Коэффициент резкости восстановленного изображения	15.2950	19.3542	16.7896
PSNR	112.7827	130.1432	129.8679
Контрастность	0,000154	0,000177	0,000155
Уровень адаптации зрительной системы	0.877	0.878	0.891

На рис. 13 показаны увеличенные фрагменты результатов, представленных на рис. 9-12.

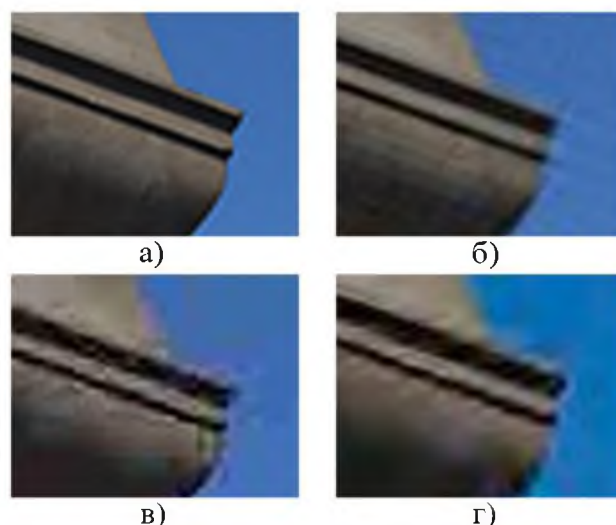


Рис. 13. Фрагменты восстановленных изображений: а) исходное изображение; б) результат восстановления после субполосного анализа/синтеза; в) результат восстановления после сжатия алгоритмом JPEG; г) результат восстановления после сжатия алгоритмом JPEG2000

В случае использования алгоритма субполосного анализа/синтеза, искажения восстановленного изображения не являются регулярными (блочность в JPEG проявляется как горизонтальные/вертикальные границы через каждые 8 пикселей). В значительной степени, искажения зависят от структуры изображения, проявляясь, в основном, в сильно детализированных областях или вокруг резких границ. Это выгодно отличает субполосный подход от стандарта JPEG.

Стандарт JPEG2000 допускает появление эффекта сильного сглаживания деталей (размытия контуров) при той же степени сжатия, что и субполосный метод. Результаты субполосного анализа/синтеза при этом позволяют сохранить основные очертания наблюдаемых объектов, что проявляется в более высоких значениях показателей резкости и среднеквадратического отклонения.



### Заклучение

Таким образом, для уменьшения количества бит, необходимого для хранения множества субинтервальных преобразований  $\{\tilde{c}_{r_1, r_2}\}$ , предлагается для восстановления использовать только те субинтервальные преобразования, которые соответствуют информационным частотным интервалам.

Так, на примере изображения 10, для достижения коэффициента сжатия КС=10, необходимо учитывать свойства 183 информационных частотных интервалов. При использовании собственных векторов, соответствующих 6 ненулевым собственным числам, для хранения субинтервальных преобразований требуется массив из 6588 элементов, тогда как исходное изображение хранится в массиве объемом 65536 элементов.

Для исследования характеристик эффективности предлагаемого подхода выполнены вычислительные эксперименты по моделированию процессов сжатия различных изображений. Для сравнения использовалось сжатие на основе широко применяемых алгоритмов JPEG и JPEG2000.

### Список литературы

1. Жилияков, Е.Г. Вариационные алгоритмы анализа и обработки изображений на основе частотных представлений: моногр. / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец. – Белгород: Изд-во ГИК, 2009. – 146 с.
2. Жилияков, Е.Г. Методы анализа и построения функций по эмпирическим данным на основе частотных представлений [Текст] / Е.Г. Жилияков. – Белгород, изд-во БелГУ, 2007. – 160 с.
3. Жилияков, Е.Г. Метод определения точных значений долей энергии изображений в заданных частотных интервалах [Текст] / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец, И.В. Лысенко // Вопросы радиоэлектроники. Сер. РЛТ. – 2007. – Вып. 4. – С. 115-123.
4. Жилияков, Е.Г. Частотный анализ речевых сигналов / Е.Г. Жилияков, Е.И. Прохоренко // Научные ведомости Белгородского государственного университета. – Белгород, 2006. – №2 (3.118), выпуск 3. – С. 201-208. – (Серия: информатика и прикладная математика).
5. Черноморец, А.А. Оценка количества значимых долей энергии изображения, определяемых его проекциями на собственные векторы субполосных матриц [Текст] / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец // Информационные системы и технологии. – № 3 (71). – 2012. – С. 51-58.

## IMAGE COMPRESSION BASED ON SUBBAND ANALYSIS/SYNTHESIS

**E. G. ZHILYAKOV**  
**N. K. VESELYKH**

*Belgorod State National  
Research University*

*e-mail:*  
*nkveselykh@gmail.com*

Energy distributions analysis of images shows that the majority of energy is concentrated in a small part of a two-dimensional frequency domain with a boundary at the point  $[-\pi; \pi]$ . This small part of the frequency domain can be considered as informational. Storing information about the components of the image of some informational frequency sub-areas is a way of image compression called subband analysis / synthesis image.

In the work using method of conversion, based on the allocation of image component, characterized by elevated concentrations of spectral energy in specific frequency ranges.

Keywords: image, subband analysis, subband synthesis, energy parts, spatial frequencies subareas, informational subarea.